Grenoble 1

UFR IMA
Informatique & Mathématiques Appliquées

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER
Sciences, Technologie, Médecine

MIAS 1°A, UE SM22

Informatique – Examen, 1ère session

Durée 3h, sans documents **2 Mai 2002**

Il est demandé de respecter le lexique des énoncés. *NE PAS LES RECOPIER.* Le barème donné est indicatif. Les exercices sont indépendants.

Les solutions seront données en utilisant la notation fonctionnelle du cours et des travaux dirigés (et non CAML).

Rappel des notations concernant les séquences
— Constructeurs : [], S•e, e_oS ; testeur et sélecteurs : EstVide?, début, dernier, premier, fin.
— La concaténation est notée par le symbole &.
Rappel des notations concernant les arbres
— Constructeurs : /\, /G, r, D\, //r\\, //G,r\\, //r,D\\,//G,r,D\\
— Testeurs: EstVide?, EstBinaire?, EstUnaireGauche?, EstUnaireDroit?, EstSingleton?.
— Sélecteurs : Racine, Gauche, Droit

1. Une séquence est elle de longueur paire ? [2 points]

Soit **LP** la fonction spécifiée de la manière suivante :

LP : une séquence d'éléments → un booléen

{LP(S) est vrai si est seulement si la longueur de la séquence S est paire. }

Q1.
— Donner une définition récursive pour la fonction **LP** sans utiliser de fonction intermédiaire et sans calculer la longueur de la séquence (on rappelle que 0 est un entier pair).
— Donner une réalisation récursive de la fonction **LP** en utilisant des opérateurs logiques (et, ou, non, ou alors, et puis) mais sans utiliser aucune expression conditionnelle (si-alors-sinon, selon).

2. Vérification des types des noms d'une expression algébrique [3 points]

On s'intéresse ici à la vérification des types des noms qui apparaissent dans une expression algébrique par rapport aux spécifications des opérations qu'elles mettent en jeu. Par exemple, pour que l'expression **(3_oa)•premier(b)** soit correcte du point de vue des types, les contraintes suivantes doivent être respectées: **a** doit être de type séquence d'entiers et **b** de type séquence non vide d'entiers. Si ces conditions sont respectées, l'expression **(3_oa)•premier(b)** est de type séquence non vide d'entiers.

Q2. [3 points]
— Pour chacune des expressions nommées E1, E2, E3 et E4 données ci-dessous, donner les contraintes de types que doivent respecter les noms y apparaissant, puis le type de l'expression si ces contraintes sont respectées.

E1 : a • ("123"•b)
E2 : <((c=d) $_o$ e),[c, 2]>
E3 : Racine(Premier(f))+3
E4 : (/\ o [/ /\,3,/\ \ ]) & g

3. A propos de courses de vélos [10 points]

On considère l'organisation de courses de vélos. L'une des tâches des organisateurs est de déterminer chaque année l'**itinéraire** de la course, c'est à dire la séquence des lieux lesquels les cyclistes doivent passer. Chaque **lieu** est décrit par son nom. Au niveau national l'ensemble des itinéraires connus est conservé dans un **catalogue**.

En montagne, la difficulté des itinéraires est liée essentiellement au **dénivelé**, c'est à dire aux différences d'altitudes. Pour cette raison, dans les alpes l'organisation d'une course se fait généralement avec une **carte** régionale sur laquelle figure un certain nombre de **relevés**, indiquant pour chaque lieu important son **altitude**. En pratique, à partir d'un itinéraire et d'une carte, on détermine une **courbe de niveau**, c'est à dire la séquence des altitudes correspondant à chaque lieu dans l'itinéraire.

Pour modéliser ces informations on défini le lexique suivant.

Lieu : le type texte
Itinéraire : le type séquence non vide de Lieu
Catalogue : le type séquence d'Itinéraire
Altitude : le type entier >= 0
Relevé : le type <nom : un Lieu, alt : une Altitude >
Carte : le type séquence de Relevés *{ un lieu n'apparaît qu'une seule fois dans la séquence }*
CourbeDeNiveau : le type séquence non vide d'Altitude

Les définitions ci-dessous illustrent les types définis ci-dessus.

carte1: la Carte [<"Col de la Madeleine",1993>,<"Iseran",2764>,<"Mont Cenis",2083>,
<"Col du Télégraphe",1570>, <"Izoard",2361>,<"Col de Vars",2111>,
<" Briançon",1227>,<"Barcelonnette",1132>,<"Grenoble",230>,
<"Valloire",1401">, <"St-Michel",712>,<"Feisson",411>]
carte2 : la Carte [<"Grenoble",230>,<"Col du coq ",1434>,<"Le sappey",1014>]
it1: l'Itinéraire ["Briançon","Izoard","Col de Vars","Barcelonnette"]
it2: l'Itinéraire ["St-Michel ","Col du Télégraphe","Mont Cenis","Iseran",
"Col de la Madeleine","Feisson"]
it3: l'Itinéraire ["Grenoble","Croix de Fer","Valloire"]
it4 : l'Itinéraire ["Marseille","Toulon","Nice"]
cn1: la CourbeDeNiveau [1227,2361,2111,1132]
cn2: la CourbeDeNiveau [712,1570,2083,2764,1993,411]
cat1: le Catalogue [it1,it2,it3,it4]

a) A propos de dénivelé

Plusieurs mesures peuvent être utilisées pour évaluer la difficulté d'un itinéraire. Dans cet exercice, la distance n'est pas prise en compte du tout. On considère au contraire trois mesures différentes: le **dénivelé**, le **dénivelé maximal** et le **dénivelé positif cumulé**. L'objectif est de définir des fonctions calculant chacune de ces mesures pour un itinéraire donné.

Dénivelé : une CourbeDeNiveau → un entier
{ Dénivelé(CN) est la différence d'altitude entre le point de d'arrivée et le point de départ de CN. Par exemple Dénivelé(cn1) = 1132-1227 = -321 }

DéniveléMaximal : une CourbeDeNiveau → un entier = 0
{ DéniveléMaximal(CN) est la différence d'altitude entre le point le plus haut et le point le
le plus bas de CN. Par exemple Dénivelé(cn1) = 2361-1132 = 1229 }

DéniveléPositifCumulé : une CourbeDeNiveau → un entier = 0
{ DéniveléPositifCumulé(CN) est la différence d'altitude effectuée en ne comptant que les montées successives dans la courbe de niveau CN.
Par exemple

DéniveléPositifCumulé(cn1)= 1134 = (2361-1227)
DéniveléPositifCumulé(cn2)= 2052 = (1570-712)+(2083-1570)+(2764-2083)
*DéniveléPositifCumulé([**1000,1800**,1300,1200,**1000**,**1100**,**1200**,800]) = 1000 }*

Q3.

— Donner une réalisation de la fonction Dénivelé.
— Donner une réalisation de la fonction DéniveléMaximal en se basant sur une seule fonction intermédiaire que l'on spécifiera préalablement et dont on donnera la définition récursive.
— Donner une définition récursive de la fonction DéniveléPositifCumulé sans introduire de fonction intermédiaire.

b) A propos de sommets

Dans une courbe de niveau une altitude correspond à un **sommet** si l'altitude qui la précède *et* l'altitude qui lui succède sont strictement inférieures. La fonction **NbDeSommets** spécifiée ci-dessous calcule le nombre de sommets présents dans une courbe de niveau.

NbDeSommets : une courbe de Niveau → un entier = 0
{ NbDeSommets(CN) est le nombre de sommets présents dans CN.
*Par exemple NbDeSommets([10,500,**600**,50,1000,1000,1000,10,**200**,30]) = 2*

Q4.

— Donner une définition récursive de la fonction NbSommets sans introduire de fonction intermédiaire.

c) Courbe de niveau d'un itinéraire

A partir d'une carte on peut calculer la courbe de niveau associée à un itinéraire si tous les lieux présents dans l'itinéraire figurent sur la carte. Pour automatiser cette tâche on spécifie les deux fonctions comme ci-dessous.

CNdeI : une Carte, un Itinéraire → un booléen, une CourbeDeNiveau
{ CNdeI(C,I) est un couple <OK,CN>. Si tous les lieux présents dans I figurent sur la carte C alors OK à la valeur vrai et CN est la courbe de niveau formée par les altitudes correspondant aux lieux successifs formant l'itinéraire I. Sinon OK a la valeur faux et CN a la valeur [0].
Par exemple CNdeI(carte1,it1) = <vrai,cn1>
CNdeI(carte1,it2) = <vrai,cn2>
CNdeI(carte1,it4) = <faux,[0]> }

AltitudeDeLieu : une Carte, un Lieu → un booléen, une Altitude
{ AltitudeDeLieu(C,L) est un couple <OK,A>. Si le lieu L est présent dans la carte C alors OK a la valeur vrai et A est l'altitude de L. Sinon OK est faux et A vaux 0.
Par exemple AltitudeDeLieu(carte1,"Grenoble") = <vrai,230>
AltitudeDeLieu(carte1,"Marseille") = <faux,0> }

Q5.

— Donner une définition récursive pour la fonction CNdeI en utilisant la fonction AltitudeDeLieu.
— Donner une définition récursive pour la fonction AltitudeDeLieu.

d) Itinéraire local le plus difficile

Un itinéraire est dit "local" à une carte donnée si tous les lieux par laquelle il passe sont mentionnés sur cette carte. On désire sélectionner, pour une carte donnée, l'itinéraire local le plus difficile, sachant que le dénivelé positif cumulé est utilisé comme mesure de difficulté. On introduit pour cela la fonction ItLocalDifficile qui retourne, s'il existe, l'itinéraire le plus difficile et le dénivelé positif cumulé correspondant. Cette fonction est partiellement spécifiée ci-dessous.

ItLocalDifficile : un Catalogue, une Carte → un Itinéraire, un entier = 0
{ ● ● ● ● }

Q6.

— Compléter la spécification de la fonction ItLocalDifficile en donnant sa signification sous la forme d'une ou deux phrases, en précisant les conditions limites et en donnant deux exemples.

— Donner une définition récursive de la fonction ItLocalDifficile sans utiliser de fonction intermédiaire.

4. Découverte de la signification de fonctions [6 points]

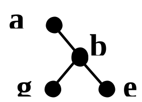
Dans cet exercice on considère 4 fonctions nommées respectivement **P**,**U**,**N** et **M**. et l'on cherche à déterminer leur signification. Ces fonctions sont définies ci-dessous :

P : une séquence d'entiers → • • • •
(1) P([]) = [] (2) P(e ₒ s) = (e+1) ₒ P(s)

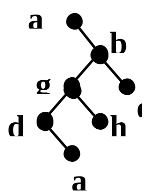
U : deux séquences {strictement croissantes} d'entiers → • • • •
(1) U([], []) = []
(2) U(e o s, []) = e o s
(3) U([], e o s) = e o s
(4) U(e1 o s1, e2 o s2) = selon e1,e2
e1 = e2 : e1 o U(s1, s2)
e1 < e2 : e1 o U(s1, e2 o s2)
e1 > e2 : e2 o U(e1 o s1, s2)

N : un arbre binaire non vide d'éléments → • • • •
(1) N(//r\\ ) = [1]
(2) N(//G,r\\ ) = P(N(G))
(3) N(//r,D\\ ) = P(N(D))
(4) N(//G,r,D\\ ) = U(P(N(G)),P(N(D)))

A1 :



A2 :



M : • • • • → • • • •
M(A) : soit n = N(A) dans premier(n) = dernier(n)

Q7.

— Donner la valeur et le type de l'expression P([1,4,5])

— Compléter la signature de la fonction P en indiquant le type du résultat

— Décrire la signification précise de la fonction P sous la forme d'une phrase ou deux.

Q8.

— Donner la valeur de U([2,3],[2]) et de U([2,3,4,7],[1,2,3,8])

— Compléter la signature de la fonction U et décrire sa signification en faisant particulièrement attention au choix des mots utilisés.

Q9.

— Donner les valeurs de N(A1) et N(A2) où A1 et A2 sont les arbres représentés à droite de la définition de la fonction N.

— Compléter la signature de la fonction N et décrire sa signification de manière précise.

Q10.

— Donner les valeurs de M(A1) et M(A2).

— Compléter la signature de la fonction M et décrire sa signification de manière précise.